

2019年10月入学

2020年 4月入学

東京農工大学大学院

生物システム応用科学府

生物機能システム科学専攻博士前期課程（修士）

食料エネルギーシステム科学専攻一貫制博士課程

入学試験問題（基礎）

- | | | |
|------------|-----------|-----------------|
| 1. 解析学 | 2. 線形代数学 | 3. フーリエ及びラプラス変換 |
| 4. 確率及び統計学 | 5. 力学 | 6. 電磁気学 |
| 7. 光学及び波動 | 8. 情報基礎 | 9. 物理化学 |
| 10. 有機化学 | 11. 無機化学 | 12. 分析化学 |
| 13. 分子生物学 | 14. 細胞生物学 | 15. 生理・生化学 |
| 16. 生態学 | | |

（注意事項）

1. 以上16題の中から任意の4題を選択し、解答すること。
2. 解答は問題ごとに別々の解答用紙に記入すること。
3. 受験番号と問題番号を解答用紙の所定欄に必ず記入すること。

1. (解析学)

(1) $y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めよ。ただし、答えを導く過程も示すこと。

$$\frac{d^3y}{dx^3} - y = 0$$

(2) $x(t), y(t)$ に関する次の連立微分方程式の一般解を求めよ。ただし、答えを導く過程も示すこと。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt} - 3x + 4y = 2\sin t \\ 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x - y = \cos t \end{cases}$$

2. (線形代数学)

行列 A の固有多項式を $f(x)$ とし、展開した形を

$$f(x) = p_0x^n + p_1x^{n-1} + \cdots + p_n$$

とし、またこの式に A を代入した行列 $f(A)$ を

$$f(A) = p_0A^n + p_1A^{n-1} + \cdots + p_nI$$

と定義する. I は単位行列とする. このとき、以下の各問いに答えよ. ただし、答えを導く過程も示すこと.

- (1) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ のとき、固有多項式 $f(x)$ を示せ.
- (2) (1) の結果を用いて、行列 $f(A)$ を求めよ.
- (3) (2) の結果を用いて、 A^{-1} を、 A および I の一次結合により表せ.
- (4) (2) の結果を用いて、 A^4 を、 A および I の一次結合により表せ.
- (5) (1) で示した A と、任意の関数 $Q(x)$ に A を代入した $Q(A)$ を用いて、 $A^n = Q(A)f(A) + aA + bI$ が成り立つとする. このことを利用して、 a および b を求めよ.
- (6) (5) の結果を用いて、 A^n を求めよ.

3. (フーリエ及びラプラス変換)

以下の問いに答えよ。ただし、答えの導出過程も記述すること。

(1) 区間 $[0, 1]$ で定義された関数 $f(x)$ に関して次の問いに答えよ。

(i) 関数 $f(x)$ を,

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\pi x)$$

のようにフーリエ正弦級数展開したときの係数 b_n は,

$$b_n = 2 \int_0^1 f(x) \sin(n\pi x) dx \quad (n = 1, 2, \dots)$$

と表せることを示せ。ただし、三角関数の直交性

$$\int_{-1}^1 \sin(n\pi x) \cdot \sin(m\pi x) dx = \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases} \quad (m = 1, 2, \dots, n = 1, 2, \dots)$$

を用いてよい。

(ii) $f(x) = x(1-x)$ をフーリエ正弦級数展開したときの係数 b_n を n の式で表せ。三角関数を用いない形で表すこと。

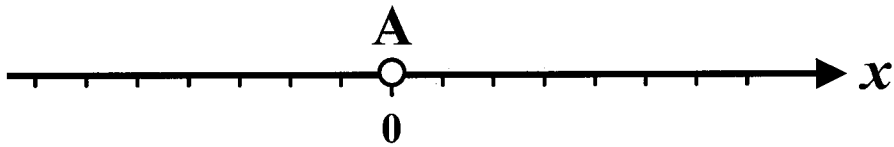
(2) 関数 $y(t)$ に関する次の微分方程式の初期値問題を、ラプラス変換を利用して解け。

$$\frac{dy(t)}{dt} - 4y(t) = 3e^{2t} \cos t + 4e^{2t} \sin t, \quad y(0) = 0$$

4. (確率及び統計)

1 から 20 までの整数が 1 つずつ記された 20 枚のカードが箱の中に入っている。この箱の中から 1 枚のカードを無作為に取り出し、その数字を記録してから再び箱の中に戻す試行を n 回行う。このとき、記録した数字が素数の場合、図に示す x 軸上を移動する動点 A が正の向きに 1 目盛りだけ進み、記録した数字が素数でない場合、動点 A は x 軸上を負の向きに 1 目盛りだけ進むものとする。はじめ、動点 A は原点($x=0$)に位置しているものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) カードを 1 回引いたとき、動点 A が x 軸上を正の向きに移動する確率を求めよ。
- (2) カードを 6 回引いたとき、動点 A が原点に戻る確率を求めよ。
- (3) カードを 6 回引いたとき、動点 A が 2 回目に原点に戻り、かつ、4 回目に原点に戻り、かつ 6 回目に原点に戻る確率を求めよ。
- (4) カードを 6 回引いたとき、動点 A が初めて原点に戻る確率を求めよ。



5. (力学)

図1のように円板の動滑車 X (半径 R_X , 質量 M_X) と円板の定滑車 Y (半径 R_Y , 質量 M_Y) に質量の無視できる糸をかけ、糸の一端を固定, 他端に質量 m のおもり Z を付けた. 両滑車の密度はそれぞれ一様とし, 糸は滑らないとする. また, 重力加速度の大きさは g とする. 以下の問いに答えよ. ただし, 導出過程を明記すること.

- (1) 動滑車 X の慣性モーメント I_X を R_X, M_X を用いて示せ.
- (2) 図1のように糸の張力の大きさを T_1, T_2, T_3 とした時, 動滑車 X の重心の加速度 a_X とおもり Z の加速度 a_Z を $T_1, T_2, T_3, M_X, M_Y, m, g$ のうち必要なものを用いてそれぞれ示せ. なお, 加速度の正の方向は鉛直上向きとする.
- (3) 動滑車 X の角速度 ω_X の向きを図1の方向に定義したとき, 角加速度 $\dot{\omega}_X$ を T_1, T_2, I_X, R_X を用いて表せ.
- (4) 張力の大きさ T_2 を M_X, a_X, g を用いて表せ.
- (5) 動滑車 X の加速度 a_X を M_X, M_Y, m, g を用いて表せ.

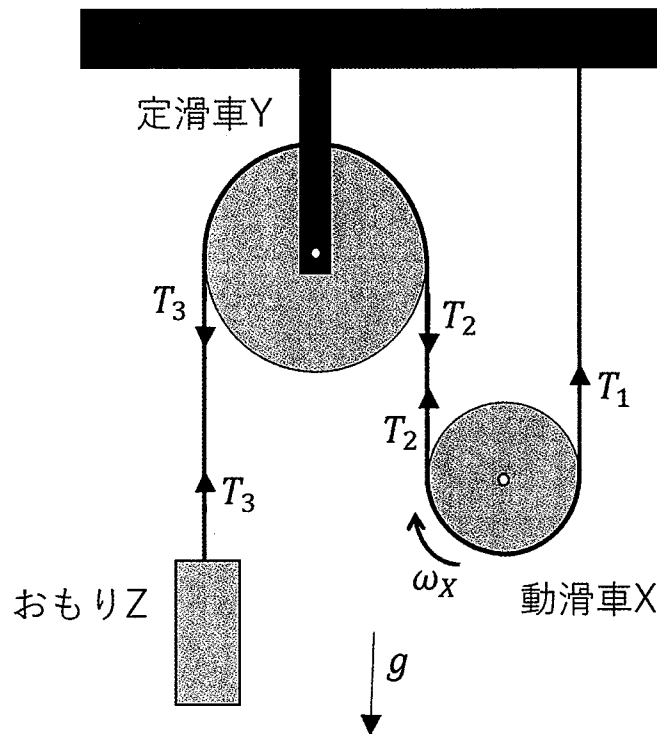


図1

6. (電磁気学)

以下の問いに答えよ。ただし、導出過程を明記すること。

(1) 真空中にある二つの電子の間に働く万有引力の大きさ F_G とクーロン力の大きさ F_C の比 F_C/F_G を有効数字1桁で求めよ。なお、万有引力定数 G は $7.0 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ 、電子の質量 m は $1.0 \times 10^{-30} \text{ kg}$ 、電気素量 e は $2.0 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、真空の誘電率 ϵ_0 は $9.0 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ とする。

(2) 電子の質量は m とし、電気素量は e とする。磁束密度 $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ の一様かつ一定な磁界中に、 \mathbf{B} と垂直に速さ v_0 で入射する電子の軌道は円となる。円軌道を回る電子の角周波数および円軌道の半径を m, e, B_z, v_0 のうち必要な記号を用いて示せ。ただし、 $B_z > 0, v_0 > 0$ とする。

7. (光学および波動)

以下 1 ~ 10 に当てはまる数式, 記号, または数値を答えよ.

図1に示すように, 水平な境界で接する3層構造の媒質がある. 上の層から①~③の番号が付されており, それぞれの屈折率は n_1, n_2, n_3 とする. ②の媒質の厚さを w とする. 媒質①から光線が媒質②に入射するとき, 媒質①と②ならびに媒質②と③の境界から1回だけ反射された光が, レンズの焦点面に形成する2光束干渉強度を考える.

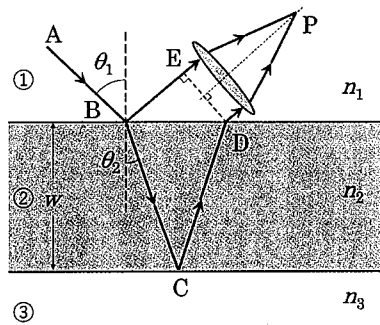


図1

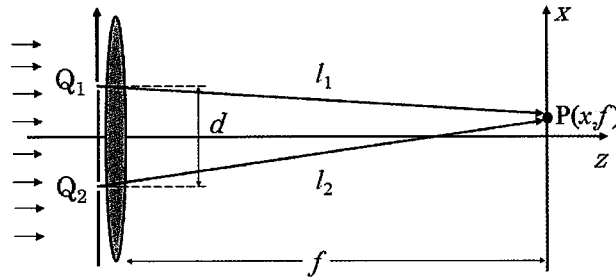


図2

2光束干渉を考える上で, 基本となるのは図2に示すヤングの干渉光学系である. 図に示すように距離 d だけ離れた穴の大きさが微小で無視できる2つのピンホール Q_1 と Q_2 に波長と振幅がそれぞれ λ と A の平行光線が照射されるとき, ピンホールからレンズの焦点距離 f だけ離れた焦点面での干渉強度分布を導出する. ただし, レンズの厚さは無視できるものとする. 距離 l だけ伝搬した光の複素表示された電場を $A \exp[i(kl - \omega t)]$ で表す. ここで, $k = 2\pi/\lambda$ と ω はそれぞれ光の波数と角周波数を表す. Q_1 と Q_2 からの光はそれぞれ距離 l_1 と l_2 を伝搬して焦点面において重ね合わされるため, 座標 (x, f) の P 点における光の電場は $u = A \exp[i(kl_1 - \omega t)] + A \exp[i(kl_2 - \omega t)]$ となる. ピンホール面と焦点面とは十分に離れているため $f \gg |x|, |d|$ が成り立つとき, 距離 l_1 と l_2 は次式で表される.

$$l_1 = Q_1P = \sqrt{f^2 + (x-d/2)^2} \approx \boxed{1} \quad l_2 = Q_2P = \sqrt{f^2 + (x+d/2)^2} \approx \boxed{2}$$

ここで、 $|\xi| \ll 1$ に対して $\sqrt{1+\xi} \approx 1+\xi/2$ なる近似を用いた。したがって、焦点面上の P 点の強度は、光波が伝搬した光路差 $L = l_2 - l_1$ を用いて、 $I = 4|A|^2 \cos^2(\boxed{3})$ となる。よって、2光束干渉強度は、光路差 L に応じて変化する。

さて、図1に戻ると、媒質①と②および媒質②と③の境界面からの反射光のレンズの焦点面における強度分布を求めることは、両面からの反射光の光路差を導出することに帰着する。この光路差は $L = \boxed{4} (BC+CD) - \boxed{5} BE$ となり、屈折角 θ_2 の関数として $L = \boxed{6}$, 入射角 θ_1 の関数として $L = \boxed{7}$ となる。光波が屈折率の大きい媒質から小さい媒質に入射するとき、反射光は位相が $\boxed{8}$ ラジアンだけ変化することを考慮する。 m を任意の整数として、強度が明るくなるのは $n_1 > n_2 > n_3$ または $n_1 < n_2 < n_3$ に対して $L = \boxed{9}$, $n_2 > n_1, n_3$ または $n_2 < n_1, n_3$ に対して $L = \boxed{10}$ のときである。

8. (情報基礎)

以下の問いに答えよ。なお、答えを導く過程も示すこと。

- (1) 以下の数について、符号付き 2 進表現を 10 進表現に、10 進表現を 8 ビットの符号付き 2 進表現に変換せよ。ただし、符号付き 2 進表現は最上位ビットが符号ビットを表す 2 の補数表現とし、小数部は 4 ビットとする。

(i) $1001.1010_2 = \boxed{}_{10}$

(ii) $-2.75_{10} = \boxed{}_2$

- (2) 3 枚のコインを同時に投げて 3 枚とも全て表であったら A, それ以外であったら B を出力する情報源 S があるとき、以下の問いに答えよ。分数は既約分数で表し、対数に関しては最も簡単な形 (例: $\log_2 15$ を $\log_2 3 + \log_2 5$ とする) に変形せよ。

(i) この情報源 S のエントロピーを求めよ。

(ii) この情報源 S から発生する情報源記号を長さ 3 でブロック化したハフマン符号を求めよ。また、符号木を描け。

(iii) (ii) で求めた符号の 1 情報源記号あたりの平均符号長を求めよ。

- (3) データ探索方法の一種であるハッシュ法におけるキー衝突について説明せよ。

9. (物理化学)

(1) ある気体 n [mol] が密閉されたシリンダー内に入っており、温度は T [K]、圧力は p [Pa] である。温度を一定に保った状態で、摩擦のないピストンを用いて、気体の圧力を無限にゆっくりと変化させる可逆過程で、気体の体積を 2 倍に膨脹させた。この膨脹による系のエンタルピー変化 ΔH 、エントロピー変化 ΔS 、ギブスエネルギー変化 ΔG をそれぞれ求めよ。気体は理想気体とし、気体定数 R [$\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$] とする。答えは n , T , R を用いて答えよ。必要であれば指数・対数はそのまま用いてよい。また答えを導く過程も記せ。

(2) 膨脹以外の仕事がない閉鎖系における熱力学関数の関係について以下の問いに答えよ。なお、閉鎖系とはエネルギーを外界と交換できるが、物質の交換はできない系である。

(i) $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S$ であることを示せ。ただし、 T , p , S , G はそれぞれ、温度、圧力、エントロピー、ギブスエネルギーである。導出過程も示せ。

(ii) (i)での結果を用いて、ギブスエネルギーの温度依存性を表すギブス-ヘルム

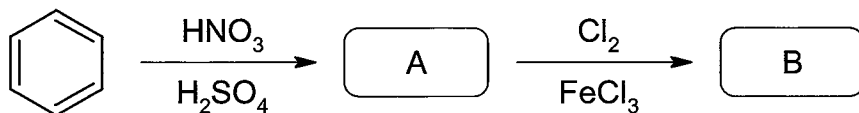
ホルツの式 $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -\frac{H}{T^2}$ を導け。ただし、 H はエンタルピーである。導出過程

も示せ。

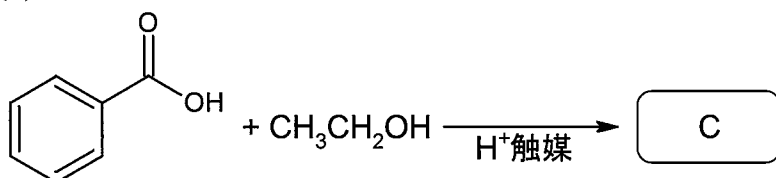
10. (有機化学)

(1) 次に示す反応の主な生成物の構造を書け (ただし水は除く). また, 生成物の IUPAC 名 (英語) を答えよ.

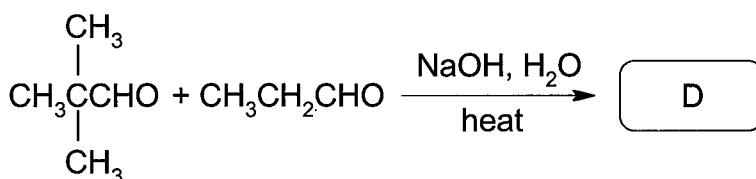
(i)



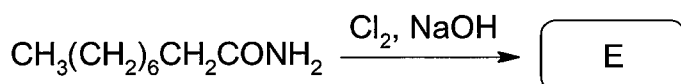
(ii)



(iii)



(iv)



(2) つぎの各組(i),(ii)の化合物について酸性度が小さいものから大きいものへと左から順に並べよ.

(i) 安息香酸, *p*-ブロモ安息香酸, *m*-ブロモ安息香酸

(ii) フェノール, *p*-ニトロフェノール, シクロヘキサノール

1 1. (無機化学)

(1) 分子の形に関する以下の問いに答えよ.

(i) 原子価結合法では, 原子軌道の重なりで結合を説明する. たとえば, H_2O 分子では 2 個の H 原子の 1s 軌道と O 原子の 2 個の 2p 軌道が重なり合って H-O-H 結合を形成すると解釈される. この考えに基づくと, H_2O 分子内の H-O-H の結合角は何度であると予想されるか, 理由と共に答えよ.

(ii) H_2O 分子内の H-O-H 結合角の実測値は, 前問 (1) (i) で求めた予想値とは異なり, 約 104° で正四面体角 (109.5°) に近い. 水分子の H-O-H 結合角が正四面体角に近い理由を混成軌道の観点から簡潔に説明せよ.

(iii) 気相中の BeCl_2 分子は直線構造で, BeCl_2 分子内の Cl-Be-Cl 結合角は, ほぼ 180° である. 気相中の BeCl_2 分子がなぜ直線構造であるか, その理由を混成軌道の観点から簡潔に説明せよ.

(2) 金属および半導体に関する以下の問いに答えよ.

(i) 金属固体の電気伝導率は, 温度が上昇すると小さくなる. 一方, 半導体固体の電気伝導率は, 温度が上昇すると大きくなる. 温度に対する電気伝導率の変化が金属と半導体で異なるのはなぜか, 簡潔に説明せよ.

(ii) ある半導体結晶の(111)面の面間隔は, $d = 0.31 \text{ nm}$ である. 波長 $\lambda = 0.154 \text{ nm}$ の X 線を用いてこの結晶の X 線回折を測定する場合に, (111)面からの回折ピーク(1 次の反射)が観測される角度 θ を求めよ. 必要に応じて以下の関係を用いてよい.

角度 θ [$^\circ$]	7.2	14.4	21.6	28.8	36
$\sin\theta$	0.13	0.25	0.37	0.48	0.59

1 2. (分析化学)

(1) 次の問いに答えよ. なお, すべての解答について計算過程も記せ.

(i) 0.10 mol/L の CH_3COOH の解離度 (電離度) を 1.3% として, CH_3COOH の酸としての解離定数 K_a を有効数字 2 桁で求めよ.

以下の問いについては酢酸の解離定数 K_a は(i)で求めた値とする.

(ii) pH が 3.00 の酢酸水溶液中の電離していない酢酸分子の濃度を, 有効数字 2 桁で求めよ.

(iii) 0.20 mol/L の酢酸水溶液 100 mL と 0.20 mol/L の酢酸ナトリウム水溶液 100 mL を混合して溶液を作製した. この溶液中の水素イオン濃度を, 有効数字 2 桁で答えよ.

(2) 下記は分子式および ^1H NMR スペクトルから得られた情報である. 該当する化合物の構造を書け. また構造を導出した根拠も説明せよ.

(a) 分子式 C_8H_{10} , ^1H NMR (δ in ppm): 7.05 (マルチプレット, 5H), 2.66 (カルテット, 2H, $J=7$ Hz), 1.28 (トリプレット, 3H, $J=7$ Hz)

(b) 分子式 $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$, ^1H NMR (δ in ppm): 2.41 (カルテット, 2H, $J=7$ Hz), 2.05 (シングレット, 3H), 1.00 (トリプレット, 3H, $J=7$ Hz)

1 3. (分子生物学)

- (1) 遺伝子の転写に関わるタンパク質装置に関連した以下の問いに答えよ。
- (i) 原核生物と真核生物では、一般的な遺伝子の転写に必要なタンパク質装置が異なる。様々な遺伝子において共通して機能し、かつ調節機構を含まない、最も基本的な転写装置の構成要素について原核生物と真核生物の相違点を答えよ。
 - (ii) 転写調節に関わるタンパク質の多くは DNA に結合する特徴的なモチーフ構造を持つ。代表的な DNA 結合モチーフを三つ答えよ。
 - (iii) トリプトファンリプレッサーは大腸菌のトリプトファンオペロンの転写制御に関わる。トリプトファンが関与するリプレッサーの転写制御機構を説明せよ。
 - (iv) 遺伝子アクチベーターは転写の活性化に関与する。その遺伝子アクチベーターが結合する領域（遺伝子調節配列）は真核生物では一般的に何と呼ばれるか答えよ。
 - (v) 遺伝子アクチベーターが結合する領域はプロモーターに対してどのような位置にあるか。原核生物と真核生物を対比して説明せよ。
 - (vi) RNA ポリメラーゼ I, II および III が転写の対象とする遺伝子の違いを説明せよ。

1 4. (細胞生物学)

(1) 以下の文章を読んで問いに答えよ。

染色体はタンパク質と DNA でできており，このタンパク質と DNA の複合体はクロマチンと呼ばれる．染色体の凝集度は細胞周期のステージにより大きく異なる．分裂期の染色体は全体的に凝集度が高く，このような凝集度が高い部分は(a)クロマチンからできている．一方，間期の染色体には凝集度が低い部分が多く，それらの部分は(b)クロマチンからできている．クロマチンを構成する最も基本的なタンパク質は(c)である．クロマチンには，8 個の(c)サブユニットからなるビーズ状構造体 (コア粒子) に二本鎖 DNA が二巻きしてできた(d)と呼ばれる構造体がある．また，クロマチン上の二つの(d)の間には(c)が結合していない二本鎖 DNA の部分が存在する．(a)クロマチンとは，(c)と二本鎖 DNA に加え，さらに幾種かのタンパク質が結合し，複雑に折りたたまれて凝集度が高くなったクロマチンのことである．一方，(b)クロマチンとは，折りたたまれ具合が緩く，凝集度が低いクロマチンのことである．このようなクロマチンの凝集度は遺伝子発現に深く関わっている．遺伝子の多くは，細胞分裂の間期の染色体において(b)クロマチンとして観察される領域に存在する．一方，間期においてさえ(a)クロマチンの状態を保つ染色体の領域には，わずかの遺伝子しか存在しない．このような領域は主に(e)や(f)に見られる．また，大多数の哺乳類のメス個体の細胞では，間期でも(g)染色体の片方は凝集を保ったままの状態であり，転写に関与しない．すなわち，(g)染色体は，両親から受け継いだもののうちの片方だけが遺伝子を発現している．

- (i) (a)と(b)に当てはまるクロマチンの種類を表す単語をそれぞれ答えよ．
- (ii) (c)と(d)に当てはまる最も適当な単語をそれぞれ答えよ．
- (iii) (e)は有糸分裂の際に動原体が形成される場である．当てはまる最も適当な単語を答えよ．
- (iv) (f)は染色体の両端にある反復塩基配列を特徴とする領域である．当てはまる最も適当な単語を答えよ．
- (v) (g)に当てはまる染色体の種類を表す単語を答えよ．

(2) 以下の(i)から(iv)のイオンチャンネルに当てはまる最も適当な分類名を，付記した【分類名候補】の中から選んで答えよ．またそれぞれのイオンチャンネルはどのような事柄が引き金になってゲートを開くのか説明せよ．

- (i) 神経伝導を司る主要な分子として機能する Na^+ チャンネル
- (ii) ニコチン性アセチルコリン受容体

(iii) optogenetics を用いた神経細胞の活性化制御実験に利用されるチャンネルロ
ドプシン2

(iv) 神経細胞の静止膜電位形成に最も貢献している K^+ チャンネル

【分類名候補】リン酸化依存性チャンネル, 機械刺激依存性チャンネル, 温度依存
性チャンネル, リガンド依存性チャンネル, 電位依存性チャンネル, 漏洩チャンネル,
光活性型イオンチャンネル

15. (生理・生化学)

(1) 次の文章を読んで、(i) ~ (v) の問いに答えよ。

クエン酸回路 (a) は、解糖系で生じたピルビン酸が、ピルビン酸脱水素酵素複合体 (b) によって (A) となり、(B) と縮合してクエン酸 (c) を生じることによって始まる。クエン酸は、*cis*-アコニット酸を経て (C) となる。(C) は NAD^+ を還元し、脱炭酸反応を受けて (D) となる。(D) は、次にスクシニル CoA となり、GDP のリン酸化と共役して (E) と (F) を生じる。

- (i) 空欄 (A) ~ (F) に入る最も適切な語句を答えよ。
- (ii) 下線部 (a) の別称を一つ答えよ。
- (iii) 下線部 (a) に関連する反応経路として、植物にみられるグリオキシル酸回路について説明せよ。
- (iv) 下線部 (b) に関して、動物や高等植物の場合、クエン酸回路の反応に必要な酵素が局在している細胞小器官の名称を答えよ。
- (v) 下線部 (c) について、クエン酸回路の後半で生じるリンゴ酸と比較して、炭素ならびに官能基の数の違いを答えよ。

16. (生態学)

(1) 次の文章を読み、(i) ~ (iv) の問いに答えよ。

生物をエネルギーと炭素を利用する観点からみると、独立栄養生物と従属栄養生物①の2群に大別される。独立栄養生物が緑色植物の場合、生産された有機物の総量を (A) とよび、ここから呼吸量を差し引いた残りを (B) とよぶ。緑色植物などの生きた個体を餌としてつながっている食物連鎖は、(C) とよばれ、これによって栄養段階の上位の生物にエネルギーが供給される。生態系には、動植物の遺体や微生物の死骸などを資源として利用する従属栄養生物②も存在し、有機物の無機物への分解に関与している③。死んだ個体や生物の排泄物を餌として出発する食物連鎖は、(D) とよばれる。

- (i) 下線部①について、両者の違いを炭素とエネルギーの観点から説明せよ。
- (ii) (A), (B), (C), (D) にそれぞれ入る最も適切な語句を答えよ。
- (iii) 下線部②は、食物連鎖において何と呼ばれるか答えよ。
- (iv) 下線部③について、有機物が分解されることによって、土壤に供給される栄養元素の一つに窒素が挙げられる。陸上生態系において、生物の排泄物などに含まれる有機態窒素が土壤中で無機化されて、硝酸態窒素になる過程について、窒素の形態の変化と関係する微生物の観点から説明せよ。